3.5. Ecuaciones bicuadradas.

Empezamos ahora a analizar qué pasa cuando el polinomio tiene grado más grande que dos. Todas éstas se engloban dentro de la misma estrategia de resolución que, como posteriormente veremos, tiene algunas deficiencias y no resulta tan cómoda como las ya estudiadas. Sin embargo, de entre todas las ecuaciones de grado mayor que dos, hay algunas que tienen unas peculiaridades muy concretas y que las hacen especiales, ya que podemos reducir su estudio al de una ecuación de segundo grado y, posteriormente, deducir cuáles son las soluciones de nuestra ecuación.

(A) Un *polinomio bicuadrado* es aquel que tiene, como máximo, tres términos (trinomio) que son: el término independiente, un monomio de grado mayor o igual que dos y otro que tiene que ser de grado el doble del anterior. Una *ecuación bicuadrada* es aquella en la que, una vez “arreglada”, aparece un polinomio bicuadrado.

(B) *Ejemplos:*

$$2+x^2-3x^4 \quad ; \quad x^6-x^3-6 \quad ; \quad x^{10}-2=x^{10}+0x^5-2 \quad ; \quad -x^8+2x^4=-x^8+2x^4+0$$

De entre todos los polinomios bicuadrados, los más sencillos son los que tienen un término independiente, un monomio de grado dos y otro de grado cuatro (el doble de dos). Nos vamos a centrar en el estudio de éstos, aunque los demás casos se resuelven de forma análoga.

(C) <u>RESOLUCIÓN DE ECUACIONES BICUADRADAS COMPLETAS</u>:

El proceso que nos permite transformar las ecuaciones bicuadradas en una ecuación de segundo grado se llama cambio de variable, y consiste en renombrar las variables que aparecen en la ecuación de forma que consigamos nuestro objetivo:

$$ax^4+bx^2+c=0 \;\Rightarrow\; \begin{bmatrix} y=x^2 \quad \Rightarrow \quad x=\pm\sqrt{y} \\ y^2=\left(x^2\right)^2=x^4 \end{bmatrix} \;\Rightarrow\; ay^2+by+c=0 \;\Rightarrow\; y=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \;\Rightarrow\; x=\pm\sqrt{y}$$

Los siguientes ejemplos ponen de manifiesto el procedimiento y las distintas posibilidades que nos podemos encontrar al resolver una ecuación bicuadrada:

$$*-4x^4+13x^2-9=0 \;\Rightarrow\; -4z^2+13z-9=0 \;\Rightarrow\; z=\begin{cases}1\\ \dfrac{9}{4}\end{cases} \;\Rightarrow\; x=\begin{cases}\pm\sqrt{1}=\pm1\\ \pm\sqrt{\dfrac{9}{4}}=\pm\dfrac{3}{2}\end{cases} \;\Rightarrow\; Soluciones=\left\{\frac{-3}{2},-1,1,\frac{3}{2}\right\}$$

$$*\,x^4-6x^2+9=0 \;\Rightarrow\; n^2-6n+9=0 \;\Rightarrow\; n=\begin{cases}3\\3\end{cases} \;\Rightarrow\; x=\begin{cases}\pm\sqrt{3}\\ \pm\sqrt{3}\end{cases} \;\Rightarrow\; Soluciones=\left\{-\sqrt{3},-\sqrt{3},\sqrt{3},\sqrt{3}\right\}$$

$$*-x^4+2x^2+8=0 \;\Rightarrow\; -y^2+2y+8=0 \;\Rightarrow\; y=\begin{cases}-2\\4\end{cases} \;\Rightarrow\; x=\begin{cases}\pm\sqrt{-2}\notin\mathbb{R}\\ \pm\sqrt{4}=\pm2\end{cases} \;\Rightarrow\; Soluciones=\{-2,2\}$$

$$*-2x^4-7x^2-3=0 \;\Rightarrow\; -2t^2-7t-3=0 \;\Rightarrow\; t=\begin{cases}-\dfrac{1}{2}\\ -3\end{cases} \;\Rightarrow\; x=\begin{cases}\pm\sqrt{\dfrac{-1}{2}}\notin\mathbb{R}\\ \pm\sqrt{-3}\notin\mathbb{R}\end{cases} \;\Rightarrow\; Soluciones=\varnothing$$

$$*\,4x^4+4x^2+1=0 \;\Rightarrow\; 4b^2+4b+1=0 \;\Rightarrow\; b=\begin{cases}-\dfrac{1}{2}\\ -\dfrac{1}{2}\end{cases} \;\Rightarrow\; x=\begin{cases}\pm\sqrt{\dfrac{-1}{2}}\notin\mathbb{R}\\ \pm\sqrt{\dfrac{-1}{2}}\notin\mathbb{R}\end{cases} \;\Rightarrow\; Soluciones=\varnothing$$

$$*\,7x^4-4x^2+1=0 \;\Rightarrow\; 7A^2-4A+1=0 \;\Rightarrow\; A=\frac{4\pm\sqrt{16-28}}{14}=\frac{4\pm\sqrt{-12}}{14}\notin\mathbb{R} \;\Rightarrow\; x\notin\mathbb{R} \;\Rightarrow\; Soluciones=\varnothing$$

(d) RESOLUCIÓN DE ECUACIONES BICUADRADAS INCOMPLETAS:

El procedimiento es igual que el anterior, y únicamente se diferencia en que la ecuación de segundo grado que obtenemos es incompleta y, por tanto, podemos resolverla sin necesidad de utilizar la fórmula. Veamos algunos ejemplos:

$* -5x^4+125x^2=0 \Rightarrow -5z^2+125z=0 \Rightarrow -5z(z-25)=0 \Rightarrow z=\begin{cases}0\\25\end{cases} \Rightarrow x=\begin{cases}\pm\sqrt{0}=\pm 0\\ \pm\sqrt{25}=\pm 5\end{cases} \Rightarrow Soluciones=\{-5,0,0,5\}$

$* x^4+6x^2=0 \Rightarrow n^2+6n=0 \Rightarrow n(n+6)=0 \Rightarrow n=\begin{cases}0\\-6\end{cases} \Rightarrow x=\begin{cases}\pm\sqrt{0}=\pm 0\\ \pm\sqrt{-6}\notin\mathbb{R}\end{cases} \Rightarrow Soluciones=\{0,0\}$

$* -x^4+8=0 \Rightarrow -y^2+8=0 \Rightarrow y=\begin{cases}-\sqrt{8}\\ \sqrt{8}\end{cases} \Rightarrow x=\begin{cases}\pm\sqrt{-\sqrt{8}}\notin\mathbb{R}\\ \pm\sqrt{\sqrt{8}}=\pm\sqrt[4]{8}\end{cases} \Rightarrow Soluciones=\{-\sqrt[4]{8},\sqrt[4]{8}\}$

$* -2x^4-7=0 \Rightarrow -2t^2-7=0 \Rightarrow t=\pm\sqrt{\frac{-7}{2}}\notin\mathbb{R} \Rightarrow x\notin\mathbb{R} \Rightarrow Soluciones=\varnothing$

(e) *Ejercicios:*

ECUACIÓN	SOL.	ECUACIÓN	SOL.
$x^4-13x^2+36=0$		$25x^4-29x^2+4=0$	
$x^4-8x^2-9=0$		$16x^4+7x^2-9=0$	
$x^4+x^2+3=0$		$16x^4+31x^2-2=0$	
$x^4+12x^2-64=0$		$x^4-10x^2+25=0$	
$2x^4-8x^2+6=0$		$x^4+x^2+1=0$	
$x^4-81x^2=0$		$-x^4+9x^2=20$	
$2x^4+4x^2-16=0$		$4x^4+11x^2-3=0$	
$-4x^4-3x^2+1=0$		$9x^4-6x^2+1=0$	
$2x^4+7x^2+3=0$		$-3x^4=2x^2-8$	
$4x^4+1=5x^2$		$6x^4+7x^2+2=0$	
$x^4-2x^2-3=0$		$16x^4+72x^2+81=0$	

ECUACIÓN	SOL.	ECUACIÓN	SOL.
$9x^4+8x^2-1=0$		$-4x^4-5x^2+1=0$	
$x^4=8x^2-15$		$5x^4-13x^2-6=0$	
$-6x^4+x^2-2=0$		$3x^4-14x^2+8=0$	
$-x^4+3x^2=2$		$5x^2+3=-2x^4$	
$x^4-5x^2+4=0$		$-4x^4+9x^2-2=0$	
$81x^4-72x^2+16=0$		$36x^4-13x^2+1=0$	
$2x^4+3x^2=-1$		$-x^4=-8x^2+16$	
$7x^4=49$		$-x^4-8x^2=0$	
$-4x^2+2=3(x^4+1)$		$\dfrac{x^2-5}{2}=\dfrac{2}{x^2-5}$	
$16x^4-1=0$		$6x^4-10x^2+2=3(2x^4-6)-2(5x^2-10)$	
$x^2-1-\dfrac{5x^2-7}{9}=\dfrac{14}{2x^2-3}$		$\dfrac{2x^2}{x^2-2}=\dfrac{x^2}{x^2-3}$	
$(x^4-2x^2+1)\cdot(x^2+3)=x^6-7x^2+6$		$2x^4=10x^2$	
$-3x^4+243=0$		$2+\dfrac{12}{x^2-3}=x^2+3$	
$\dfrac{-x^2+3}{2x^2-2}=\dfrac{x^2-1}{x^2}$		$\left(x^2-2\right)^2+x^2=4-2\left(1-x^2\right)^2$	

3.6. Ecuaciones generales.

(A) Una *ecuación general* es aquella en la que el polinomio que aparece, una vez "arreglada", es de grado mayor que dos y no bicuadrado.

Resolver este tipo de ecuaciones no es fácil, ya que no existen procedimientos inmediatos ni fórmulas que nos permitan obtener las soluciones directamente como en los casos ya estudiados. Por tanto, puede parecer que la única alternativa que nos queda es el "tanteo": ir probando con números a ver si cumplen la igualdad. En realidad esto es lo que hay que hacer, pero Ruffini descubrió una característica que tenían las soluciones enteras y racionales de una ecuación polinómica, la cual nos permite reducir el campo de las posibles soluciones, que pasa de ser cualquier número (infinitos) a un conjunto de números (finito) que cumplen dicha particularidad.

(B) *Condición que tienen que cumplir las soluciones enteras de una ecuación polinómica:*

-Tienen que ser divisores del término independiente.

Condición que tienen que cumplir las soluciones racionales de una ecuación polinómica:

-El numerador tiene que ser un divisor del término independiente.

-El denominador tiene que ser un divisor del coeficiente líder.

Si buscamos las soluciones racionales, también estaremos buscando las enteras ya que los números enteros también son racionales. Así pues, la segunda condición es más general que la primera y, por tanto, mejor a la hora de intentar resolver cualquier ecuación general.

También es muy importante señalar que este método tiene un inconveniente fundamental: en principio, sólo permite calcular soluciones racionales de la ecuación, de forma que si la ecuación tiene soluciones reales que no son racionales (son irracionales), no vamos a poder encontrarlas por este procedimiento.

Por otra parte, teniendo en cuenta la prueba de la división (D=d·c+r) y el razonamiento, ya utilizado anteriormente, de que si el producto de dos expresiones es igual a ***0***, alguna de las dos tiene que ser ***0***, podemos observar lo siguiente:

$$* -2x^4+4x^3-5x^2+6x-3=0 \quad\Rightarrow\quad \textit{Posibles soluciones racionales} = \frac{div(-3)}{div(-2)} = \frac{\{\pm 1, \pm 3\}}{\{\pm 1, \pm 2\}} = \left\{\pm 1, \pm 3, \pm\frac{1}{2}, \pm\frac{3}{2}\right\}$$

$$\begin{array}{r|rrrr|r} & -2 & 4 & -5 & 6 & -3 \\ 1 & & -2 & 2 & -3 & 3 \\ \hline & -2 & 2 & -3 & 3 & \underline{0} \end{array} \quad\Rightarrow\quad 0=-2x^4+4x^3-5x^2+6x-3=(x-1)\cdot(-2x^3+2x^2-3x+3)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x-1=0 \quad\Rightarrow\quad x=1 \ \ \textit{(solución obtenida por Ruffini)} \\ -2x^3+2x^2-3x+3=0 \ \ \textit{(ecuación que tenemos que resolver y que tiene un grado menos)} \end{cases}$$

Además, podemos observar que el término independiente y el coeficiente líder de la nueva ecuación son iguales que en la original (salvo el signo del t.i.), por lo que la lista de posibles soluciones sigue siendo la misma. Pudiera ocurrir que el t.i. cambie, pero en ese caso nunca aparecerán nuevas soluciones; al contrario, se reducirá la lista de posibles candidatos.

Por tanto, el proceso completo que hay que seguir sería:

1º Calcular los divisores del término independiente

2º Calcular los divisores del coeficiente líder

3º Calcular todas las posibles soluciones racionales = $\dfrac{div(ti)}{div(cl)}$

4º Probar por Ruffini hasta que dé resto 0 (volver a probar con éstas soluciones hasta que ya no salga resto 0 y no volver a probar con las que no den 0 de resto) y seguir hasta que lleguemos a una ecuación de 2º grado, que resolveremos por la fórmula.

Veámoslo en los siguientes ejemplos.

(C) *Ejemplos:*

$* -2x^4+4x^3-5x^2+6x-3=0 \Rightarrow$ *Posibles soluciones racionales* $= \dfrac{div(-3)}{div(-2)} = \dfrac{\{\pm 1, \pm 3\}}{\{\pm 1, \pm 2\}} = \left\{\pm 1, \pm 3, \pm\dfrac{1}{2}, \pm\dfrac{3}{2}\right\}$

$$\begin{array}{r|rrrrr} & -2 & 4 & -5 & 6 & -3 \\ 1 & & -2 & 2 & -3 & 3 \\ \hline & -2 & 2 & -3 & 3 & \underline{0} \end{array} \quad \begin{array}{r|rrrr} & -2 & 2 & -3 & 3 \\ 1 & & -2 & 0 & -3 \\ \hline & -2 & 0 & -3 & \underline{0} \end{array} \Rightarrow -2x^2-3=0 \Rightarrow x=\pm\sqrt{\frac{3}{-2}} \notin \mathbb{R} \Rightarrow Soluciones=\{1,1\}$$

$* 2x^5-3x^4+x^3=0$

$$\begin{array}{r|rrrrrr} & 2 & -3 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline & 2 & -3 & 1 & 0 & 0 & \underline{0} \end{array} \quad \begin{array}{r|rrrrr} & 2 & -3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline & 2 & -3 & 1 & 0 & \underline{0} \end{array} \quad \begin{array}{r|rrrr} & 2 & -3 & 1 & 0 \\ 0 & & 0 & 0 & 0 \\ \hline & 2 & -3 & 1 & \underline{0} \end{array} \Rightarrow 2x^2-3x+1=0 \Rightarrow x=\begin{cases} 1/2 \\ 1 \end{cases} \Rightarrow Soluciones=\left\{0,0,0,\frac{1}{2},1\right\}$$

$$* 12x^4+4x^3-3x^2-x=0 \Rightarrow \begin{array}{r|rrrrr} & 12 & 4 & -3 & -1 & 0 \\ 0 & & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline & 12 & 4 & -3 & -1 & \underline{0} \end{array} \Rightarrow Posibles\ raices\ racionales=\frac{div(-1)}{div(12)}=\frac{\{\pm 1\}}{\{\pm 1,\pm 2,\pm 3,\pm 4,\pm 6,\pm 12\}}=\left\{\pm 1,\pm\frac{1}{2},\pm\frac{1}{3},\pm\frac{1}{4},\pm\frac{1}{6},\pm\frac{1}{12}\right\}$$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 12 & 4 & -3 & -1 \\ 1/2 & & 6 & 5 & 1 \\ \hline & 12 & 10 & 2 & \underline{0} \end{array} \Rightarrow 12x^2+10x+2=0 \Rightarrow x=\begin{cases} \frac{-1}{2} \\ \frac{-1}{3} \end{cases} \Rightarrow Soluciones=\left\{\frac{-1}{2},\frac{-1}{3},0,\frac{1}{2}\right\}$$

(D) *Ejercicios:*

ECUACIÓN	SOLUCIONES
$-2x^3-x^2+2x+1=0$	
$-x^3-2x^2+9x+18=0$	
$2x^3-3x^2-9x+10=0$	
$6x^3-11x^2+6x-1=0$	
$-2x^3+5x^2+28x-15=0$	

ECUACIÓN	SOLUCIONES
$-2\cdot(x+3)\cdot\left(x^2-2\right)=0$	
$x^2\cdot(x+7)\cdot(2x+9)=0$	
$-x^3+3x^2-3x+1=0$	
$x^3-6x^2+11x-6=0$	
$12x^3-4x^2-13x-4=0$	
$2x^3-3x^2-4x+6=0$	
$8x^3+12x^2+6x+1=0$	
$x^3-x^2+x-1=0$	
$3x^3-4x^2-3x-2=0$	
$2x^3-x^2-x-3=0$	
$-6x^3+23x^2-42x^2+49=0$	
$2x^4+7x^3+9x^2+5x+1=0$	
$-18x^4+3x^3+19x^2-4=0$	
$-3x^4+4x^3+5x^2-2x=0$	
$x^4-x^3-5x^2-3x=0$	
$2x^4+3x^3+5x^2+15x-25=0$	
$12x^4+4x^3-3x^2-x=0$	
$x^4+x^3-5x^2+x-6=0$	
$-x^4-2x^3+9x^2+18x=0$	
$-x^4-7x^3-6x^2=0$	
$-2x^4+9x^3+6x^2-5x=0$	
$x^4-7x^3-18x^2=0$	
$2x^4-2x^3-16x^2+4x+24=0$	

ECUACIÓN	SOLUCIONES
$3x^4-6x^3-13x^2+24x+4=0$	
$\left(x^2-4\right)\cdot\left(3x^2-6x-1\right)=0$	
$-6x^4+11x^3=-15x^2+6x$	
$x^4-x^3-36x^2=37x+35$	
$2x^5+x^4-6x^3-3x^2+4x+2=0$	
$x^5+x^4-2x^3-2x^2-3x-3=0$	
$x^5-3x^4+3x^3-x^2=0$	
$6x^5-13x^4-16x^3+51x^2-32x+4=0$	
$-2x^5-5x^4-3x^3+x^2+x=0$	
$2x^5-4x^4+7x^3-10x^2+5x=0$	
$x^5+2x^4-10x^3=20x^2-9x-18$	
$3x^5+5x^4-5x^2=-112x+55x^3-60$	
$2x^5-13x^4+7x^3-7x^2+5x+6=0$	
$-3x^5-16x^4-25x^3-6x^2+4x-8=0$	
$4x^5-16x^4+19x^3-76x^2-5x+20=0$	
$27x^5+9x^4-12x^3-4x^2=0$	
$x^6-4x^5+4x^4+5x^2-20x+20=0$	
$-x^6+7x^4-10x^2=0$	
$x^6-27x^4+51x^2-25=0$	
$3x^6-11x^4=4x^2$	
$2x^7-3x^6-14x^5+21x^4+28x^3-42x^2-16x+24=0$	
$-2x^7-11x^6-12x^5+9x^4+2x^3+11x^2+12x-9=0$	

3.7. Ecuaciones irracionales.

(A) Una *ecuación irracional* es aquella en la que la variable está afectada por un radical, es decir, aparece una expresión irracional.

(B) <u>RESOLUCIÓN DE ECUACIONES IRRACIONALES</u>:

1. Se deja sola una raíz en un miembro de la igualdad.
2. Se elevan al índice los dos miembros de la igualdad.
3. Se hacen las cuentas y se reducen términos semejantes.
4. Se repite el proceso mientras haya raíces y, cuando no queden, se resuelve la ecuación resultante.
5. Se comprueban las soluciones.
6. Se escriben las soluciones válidas.

(C) *Ejemplos:* $3 \cdot \sqrt{x} + 1 = 10$

$$3 \cdot \sqrt{x} = 10 - 1$$
$$3 \cdot \sqrt{x} = 9$$
$$\left(3 \cdot \sqrt{x}\right)^2 = (9)^2$$
$$9x = 81$$
$$x = \frac{81}{9} = 9$$

<u>*Comprobación*</u>

$$3 \cdot \sqrt{x} + 1 = 10$$
$$3 \cdot \sqrt{9} + 1 = 10$$
$$3 \cdot 3 + 1 = 10$$
$$9 + 1 = 10$$
$$10 = 10$$

$* \; 14 + \sqrt{x} = x^2 \;\Rightarrow\; \sqrt{x} = x^2 - 14 \;\Rightarrow\; \left(\sqrt{x}\right)^2 = \left(x^2 - 14\right)^2 \;\Rightarrow\; x = x^4 + 196 - 28x^2$

$x^4 - 28x^2 - x + 196 = 0 \;\Rightarrow\; \text{Posibles soluciones racionales} = div(196) = \{\pm 1, \pm 2, \pm 4, \pm 7, \pm 14, \pm 28, \pm 49, \pm 98, \pm 196\} \;\Rightarrow\; x = 4$

$\text{Comprobación}: \; x = 4 \;\Rightarrow\; 14 + \sqrt{4} = 4^2 \;\Rightarrow\; 14 + 2 = 16 \;\Rightarrow\; 16 = 16 \;\Rightarrow\; \text{Solución} = \{4\}$

$* \; 2\sqrt{x+1} - \sqrt{x+5} = -2 \;\Rightarrow\; 2\sqrt{x+1} + 2 = \sqrt{x+5} \;\Rightarrow\; \left(2\sqrt{x+1} - 2\right)^2 = \left(\sqrt{x+5}\right)^2 \;\Rightarrow\; 4(x+1) + 4 + 8\sqrt{x+1} = x + 5$

$4x + 4 + 4 - x - 5 = -8\sqrt{x+1} \;\Rightarrow\; 3x + 3 = 8\sqrt{x+1} \;\Rightarrow\; (3x+3)^2 = \left(8\sqrt{x+1}\right)^2 \;\Rightarrow\; 9x^2 + 9 + 18x = 64(x+1)$

$9x^2 + 9 + 18x = 64(x+1) \;\Rightarrow\; 9x^2 - 46x - 55 = 0 \;\Rightarrow\; x = \begin{cases} -1 \\ \dfrac{55}{9} \end{cases}$

$\text{Comprobación}:$

$x = -1 \;\Rightarrow\; 2\sqrt{-1+1} - \sqrt{-1+5} = -2 \;\Rightarrow\; 2\sqrt{0} - \sqrt{4} = -2 \;\Rightarrow\; 2 \bullet 0 - 2 = 2 \;\Rightarrow\; 0 - 2 = -2 \;\Rightarrow\; -2 = -2$

$x = \frac{55}{9} \;\Rightarrow\; 2\sqrt{\frac{55}{9} + 1} - \sqrt{\frac{55}{9} + 5} = -2 \;\Rightarrow\; 2\sqrt{\frac{64}{9}} - \sqrt{\frac{100}{9}} = -2 \;\Rightarrow\; 2 \bullet \frac{8}{3} - \frac{10}{3} = -2 \;\Rightarrow\; \frac{16}{3} - \frac{10}{3} = -2 \;\Rightarrow\; \frac{6}{3} = -2 \;\Rightarrow\; 2 \neq -2$

$\text{Solución} = \{-1\}$

(D) *Ejercicios:*

ECUACIÓN	SOL.	ECUACIÓN	SOL.
$\sqrt{x-8}=2$		$5=\sqrt{3x+1}$	
$\sqrt{4x+5}=5$		$3+\sqrt{2x}=8$	
$2\cdot\sqrt{x-3}=-2$		$11=7+\sqrt{10-4x}$	
$8\cdot\sqrt{x}-1=3$		$\sqrt{7x}=14$	
$\sqrt{2x-7}+9=10$		$2\cdot\sqrt{5x}-3=7$	
$\sqrt{5x+1}=6$		$3\cdot\sqrt{x}+1=10$	
$x+1-\sqrt{4x-15}=4$		$\sqrt{2x+5}-\sqrt{x+3}=2$	
$\sqrt{x-2}=5$		$\sqrt{x^2+x-2}=2x+4$	
$x=2-\sqrt{x^2-2}$		$\sqrt{16x-7}=8\cdot\sqrt{x-4}$	
$\sqrt{x+5}+\sqrt{x+3}=5$		$\sqrt{x+1}+2=\sqrt{6x-2}$	
$\sqrt{4x+1}-\sqrt{3x-2}=1$		$x+\sqrt{x}=\sqrt{x+3}$	
$\sqrt{x+1}-\sqrt{x^2-8}=1$		$3x-\sqrt{x+5}=-5$	
$5+\sqrt{4x}=3x-35$		$\sqrt{3x+4}-\sqrt{2x-5}=2$	
$\sqrt{36+x}=2+\sqrt{x}$			